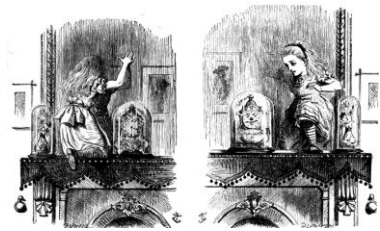


Zwarte gaten

Een zwart gat is een plaats waar God door nul deelde, een zwaar beveiligde gevangenis, een singulariteit in de ruimte-tijd. Voorspeld door o.a. Laplace, maar deze twijfelaar liet dat weer weg in de derde editie van zijn boek: *Exposition du système du monde*, Hemelmechanica.

Sinds Einstein weten we dat de mechanicaregels moeten worden aangepast omdat linialen en klokken zich bij grote snelheden en in de buurt van grote massa's anders gaan gedragen. Samen met Rosen sprak hij het vermoeden uit dat er snelbruggen zouden bestaan tussen verschillende parallelwerelden. Een soort short cuts, kort-doorde-bocht-verbindingen, beter bekend als wormgaten.



Gelukkig geven Newton's wetten voor zwarte gaten toch bruikbare resultaten. In principe kan iedere massa een zwart gat worden, door hem samen te persen. Zwarte gaten zullen in de praktijk alleen maar voorkomen als grote sterren (meer dan drie keer de zon) aan het eind van hun leven instorten. Als hun straal kleiner wordt dan R_s (de Schwarzschildstraal) zijn ze een zwart gat geworden. Licht kan uit een gebied met $r < R_s$ niet meer ontsnappen, vandaar hun naam. Maar ook informatie wordt opgeslokt als door een ideale leerling.

Er gebeuren gekke dingen als je in de buurt van de R_s -bol komt. Hawking vergelijkt het met een kanoër op weg naar de niagarawaterval: op zeker moment kan hij niet meer terug. Als je geluk hebt, is de massa van het zwarte gat $10^{14} M_\odot$, met een R_s van ongeveer 32 lichtjaar. Je doet er dan 70 jaar over om het centrum te bereiken. Hawking vermoedt dat een zwart gat een wormgat is naar een wit gat en daar zou alle informatie weer uitgegoid worden.

Dat komt neer op tijdreizen, maar dat moet je niet zo noemen, want dan krijg je geen subsidie meer, of het wordt militair geheim verklaard. Hij heeft het daarom over *gesloten tijdkrommen*.

Dezelfde Hawking beweert dat zwarte gaten niet het eeuwige leven hebben. Uit de quantumnatuurkunde volgt dat in de ruimte spontaan deeltjes samen met hun antideeltjes kunnen ontstaan – weliswaar heel kortlevend, want energie lenen ze van het vacuüm ..., denk aan de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg. Stel nu dat zoiets gebeurt op de rand, op R_s dus, dan kan een van de twee ontsnappen – dat wordt hawkingstraling genoemd – terwijl de ander in het gat valt. Maar zo'n gevangen deeltje heeft negatieve energie en negatieve massa. Ze maken het zwarte gat dus minder zwart, het 'verdamp't'. Weliswaar heel erg langzaam. 't Hooft denkt dat informatie die in het gat verdwijnt er via die hawkingstraling weer uitkomt en de naamgever denkt dat inmiddels ook. Maar hoe kan informatie vanuit het gat op rand doordringen? Volgens 't Hooft vergelijkbaar met de stelling van Gauss, zie p. 225. Als je van alle kanten naar iets kijkt, dan weet je precies wat zich daar bevindt. Het omgekeerde ligt wat moeilijker, hoe word je wijs uit de chaos? Is de waarnemingshorizon dan niet scherp bepaald en is er een overgangsgebied waarin informatie, energie en massa rondkolken?

a Hoe groot is de ontsnappingsnelheid v_o op de rand van de R_s -bol?

b¹ Wat is het verband tussen de circulatiesnelheid v_c en v_o ? (Zie p. 229.)

b² Druk v_c uit in c .

c Leid uit de wetten van Newton af:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

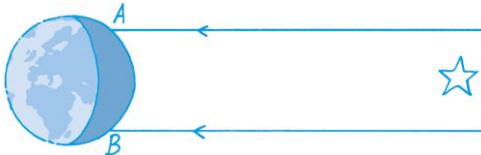
d Leid de voorwaarde af voor de minimale dichtheid van een zwart gat:

$$d = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M^2}$$

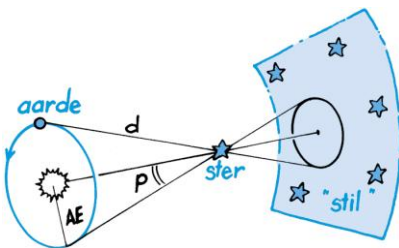
e Bereken R_s en de minimale dichtheid die de zon zou krijgen als hij een zwart gat werd.

Parallax

Als je afwisselend met je linker- en je rechteroog naar een boom in de verte kijkt, dan zie je die ten opzichte van de achtergrond verspringen. Hoe sterker de schijnbare beweging, hoe dichtbij die boom staat. Deze beweging ten opzichte van de achtergrond noemen we *parallax*. Net zoals een duif probeert afstanden te schatten door zijn kop te bewegen, is te proberen de afstand tot een ster te schatten door op twee plaatsen van de aarde tegelijk te kijken. Voor praktisch alle sterren is de afstand AB echter te klein om een verschil in richting waar te nemen.



Sterrenkundigen gebruiken de baan van de aarde om de zon om twee metingen te doen die een halfjaar uit elkaar liggen. Dan nog lukt het bij de meeste sterren niet een parallax waar te nemen, want 0,01'' (boogseconde) is nog net aantoonbaar; 1° = 60' (boogminuut) en 1' = 60''. Sterren die dichtbij staan, lijken een ellips te beschrijven tegen de achtergrond van de vaste sterren omdat de aardbaan ook ellipsvormig is. Pas in 1840 lukte het Bessel om parallax bij een ster waar te nemen. Hij keek naar 61 Cygni en vond een waarde die is te vergelijken met de dikte van een haar (50 μm) op 30 m afstand.



Met behulp van het verschijnsel parallax is een sterrenkundige lengte-eenheid gedefinieerd, de parsec: als $p = 1''$ dan is $d = 1$ parsec

- a Druk de parsec uit in m en in lichtjaar.
- b¹ Bereken de parallax van 61 Cygni in boogseconden.
- b² Bereken de afstand in lichtjaar tot 61 Cygni.
- c¹ Op hoeveel parsec staat Rigil Kent A?
- c² Leg bij deze ster zonder te rekenen uit: is $p > 1''$ of $p < 1''$?
- c³ Bereken p van Rigil Kent A.

Het Hertzsprung-Russell-diagram

Op p. 244 zijn L/L_{\odot} en T uitgezet op logaritmische assen, in tabel 33 zijn $\log(L/L_{\odot})$ en $\log(T)$ uitgezet op lineaire assen. Dat is lood om oud ijs.

In *Binas* zie je schuine, gestreepte lijnen die aangeven hoe groot de stralen R van de sterren zijn: $0,01 \cdot R_{\odot}$ t/m $100 \cdot R_{\odot}$.

- a Bepaal de helling van die schuine lijnen.
- b Bereken die helling met behulp van de wet van Stefan-Boltzmann.

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \quad \text{en} \quad L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \cdot \sigma \cdot T_{\odot}^4$$

- c Leg uit waarom de verticale afstand tussen twee van die lijnen 2 is.

Warm blijven

Het oppervlak A van een mens in m^2 is te schatten met deze formule: $A = 0,02350 \cdot h^{0,42246} \cdot m^{0,51456}$ met h in cm en m in kg.

- a Bereken A als $h = 170$ cm en $m = 70$ kg.
 - In een (bad)kamer hebben de muren een temperatuur T_m ; zij stralen met een efficiëntie ϵ_m . Om warm te blijven moet je lichaam dit vermogen ontwikkelen: $P = A \cdot \epsilon \cdot \epsilon_m \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_m^4)$ met T je lichaamstemperatuur en ϵ de efficiëntie van je huid.
- b Leg dat uit.
 - Stel $T_m = 20$ °C; $\epsilon_m = 0,94$ en $\epsilon = 0,98$.
- c Bereken je vermogen.

Oude en jonge sterren

Lees de tekst over **Sterrenstof** bij **Lees**. Er zijn ruwweg twee soorten sterren aan de hemel te vinden: kleine die geen fraunhoferlijnen van metalen in hun spectra hebben en sterren waarbij die lijnen wel voorkomen.

- a Leg uit welke sterren het oudste zijn.
- b Is de zon een oude of een jonge ster?