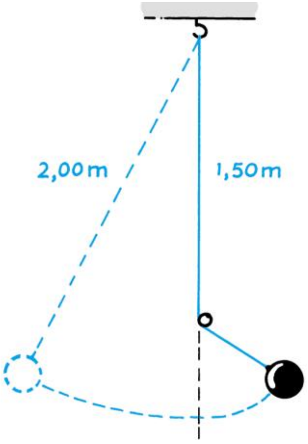
1 Een belemmerde slinger

Een bol slingert aan een touw van 2,00 m.



a[1] Bereken zijn trillingstijd.

►Onder het ophangpunt plaatsen we een pen op 1,50 m waardoor de lengte van de slinger aan de rechterkant wordt verkort.

a[2] Bereken hoelang één complete periode nu duurt.

►De amplitude is links 10 cm.

b[1] Bereken de snelheid in het laagste punt.

b[2] Bereken de amplitude aan de rechterkant.

c[1] Teken de $u(t)$-grafiek.

c[2] Schets de $v(t)$-grafiek.

2 Een zandauto

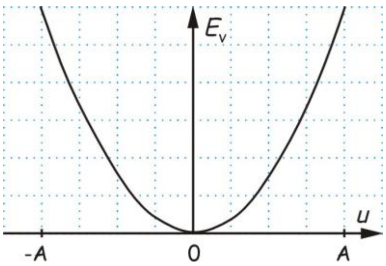
Een zandauto van 2000 kg zakt 5,0 cm als hij geladen wordt met 1800 kg.

a[1] Met welke periode trilt de auto na?

a[2] Bereken de grondfrequentie van de lege auto.

b Bereken de energie van de trilling als A = 2,0 cm.

►De $E_v(u)$-grafiek van de trilling is gegeven.

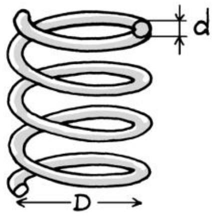


c Neem deze grafek over en teken de $E_k(u)$-grafiek erbij.

3 Een spiraalveer

Voor de veerconstante van een spiraalveer kan worden geschreven:

$$C = \frac{Md^4}{D^2\ell}$$



Hierin is d de diameter van de draad en D de diameter van een winding; ℓ is de lengte van de draad waar de spiraal van gemaakt is; M is een materiaalconstante.

a Wat is de eenheid van M?

►Om bij een filmopname kosten te besparen worden modeltreintjes gebruikt. Dit zijn exacte kopieën, schaal 1 : 87, ook wat de veertjes betreft.

b[1] Toon aan dat C nu 87 keer zo klein is.

b[2] Met welke factor is de massa m verkleind?

c Beredeneer of de trucage later zal opvallen als je let op de eigentrillingen van de trein.

De antwoorden staan op de volgende pagina's.

De antwoorden van de toets

1 Een belemmerde slinger

a[1]

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2,00}{9,81}} = 2,837.. = 2,84 \text{ s}$$

a[2]

$$T_{\text{rechts}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,50}{9,81}} = 1,418.. = 1,42 \text{ s}$$

(De slingertijd rechts is de helft van de slingertijd links, want T ~ √l en rechts is de slingerlengte een kwart van die van links.

$$T = \tfrac{1}{2}T_{\text{links}} + \tfrac{1}{2}T_{\text{rechts}} = \tfrac{1}{2}\cdot 2,837.. + \tfrac{1}{2}\cdot 1,418.. = 2,127.. = 2,13 \text{ s}$$

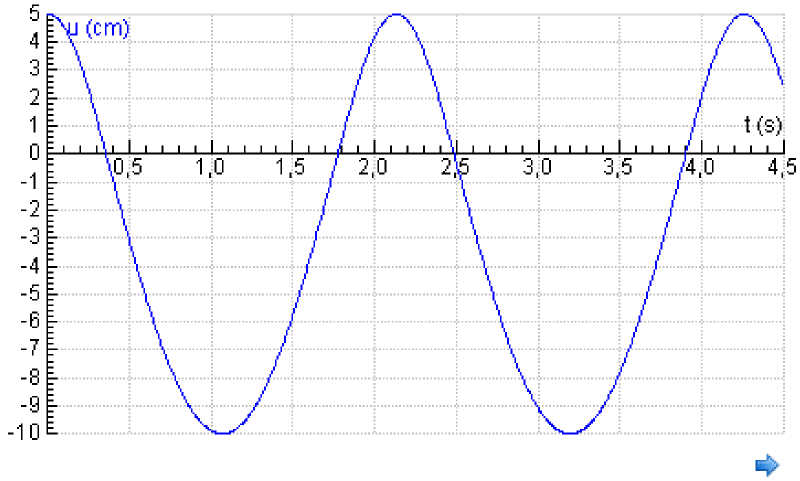
b[1]

$$v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A_{\text{links}}}{T_{\text{links}}} = \frac{2\pi \cdot 10}{2,837..} = 22,1.. = 22 \text{ cm/s}$$

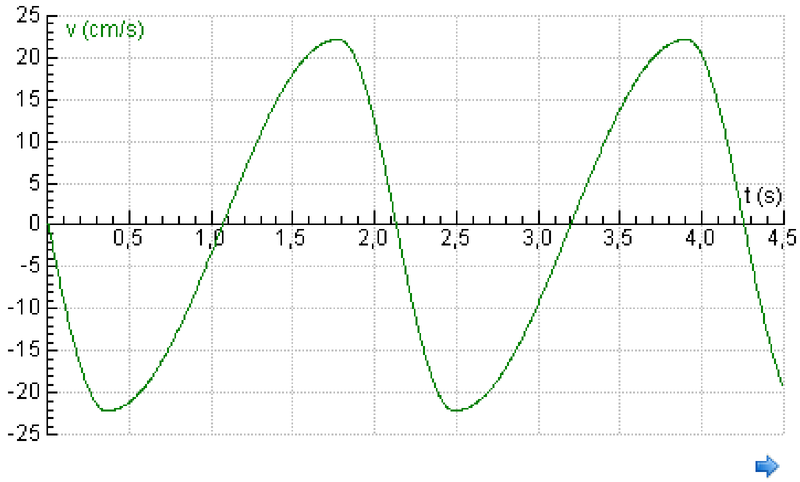
b[2]

$$\left.\begin{array}{l} v_{\max} = \dfrac{2\pi \cdot A_{\text{links}}}{T_{\text{links}}} = \dfrac{2\pi A_{\text{rechts}}}{T_{\text{rechts}}} \\ T_{\text{rechts}} = \tfrac{1}{2}T_{\text{links}} \end{array}\right\} \Rightarrow A_{\text{rechts}} = \tfrac{1}{2}A_{\text{links}} = \tfrac{1}{2}\cdot 10 = 5 \text{ cm}$$

c[1]



c[2]



2 Een zandauto

a [1]

$$C = \frac{F_z}{u} = \frac{m \cdot g}{u} = \frac{1800 \cdot 9{,}81}{0{,}050} = 3{,}53.. \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{2000+1800}{3{,}53.. \cdot 10^5}} = 0{,}651.. = 0{,}65 \text{ s}$$

a [2]

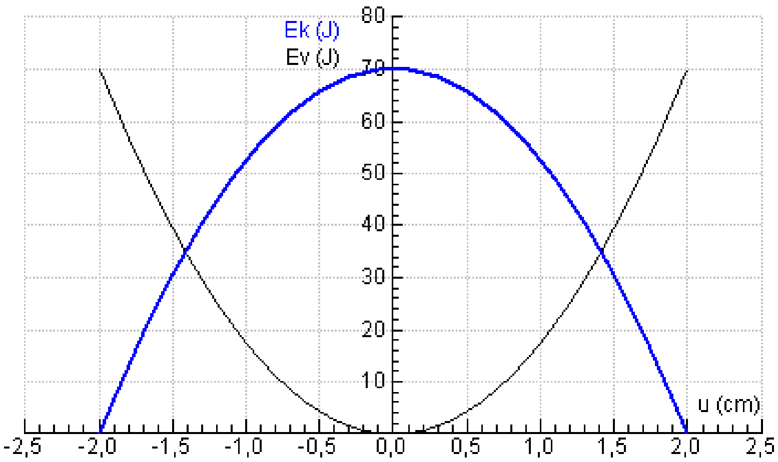
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{2000}{3{,}53.. \cdot 10^5}} = 0{,}472.. \text{ s}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}472..} = 2{,}11.. = 2{,}1 \text{ Hz}$$

b

$$E = \tfrac{1}{2} m \cdot v_{max}{}^2 = \tfrac{1}{2} C \cdot A^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 3{,}53.. \cdot 10^5 \cdot 0{,}020^2 = 70{,}6.. = 71 \text{ J}$$

c



$E_k + E_v = E_{totaal}$

In deze figuur blijft de amplitude 2 cm. Hij wordt door demping natuurlijk kleiner.

N.B.

De grafieken zijn gemaakt in Modelomgeving van Coach6.

	Model	Startwaarden
	u := u + du	u = −0,02
		du = 0,001
	Ev = 0,5*C*u^2	C = 3,5 e5
	Ek = E − Ev	E = 0,5*C*u^2
		Ev = E
	Als u > 0,02 dan Stop Eindals	

De Startwaarde voor E is de maximale energie.

Die voor Ev zorgt ervoor dat de grafiek van Ev in het juiste punt begint.

3 Een spiraalveer

a

$$C = \frac{M \cdot d^4}{D^2 \cdot \ell} \Rightarrow M = C \cdot \frac{D^2 \cdot \ell}{d^4}$$

$$[M] \Rightarrow \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{m}^4} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{1}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Of in basiseenheden:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} / \mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}$$

***b*[1]**

$$C = \frac{M \cdot d^4}{D^2 \cdot \ell} = M \cdot \left(\frac{d^3}{D^2 \cdot \ell} \right) \cdot d$$

De materiaalconstante *M* blijft dezelfde.
In de breuk tussen haakjes veranderen de teller en de noemer op dezelfde manier: beide worden 87^3 keer kleiner. De breuk zelf blijft gelijk.
Blijft over de laatste factor *d*: die wordt 87 keer kleiner. Dus ook *C* wordt 87 keer kleiner.

***b*[2]**

$$m = \rho \cdot V$$

Alle afmetingen (lengte, breedte en hoogte) worden 87 keer kleiner. Elk volume wordt dan 87^3 keer kleiner. Dus *m* wordt 87^3 keer kleiner.

c

$$\left.\begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}} \\ m \rightarrow \left(\frac{1}{87}\right)^3 \cdot m \\ C \rightarrow \frac{1}{87} \cdot C \end{array}\right\} \Rightarrow T \rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{87}\right)^2} \cdot T = \frac{1}{87} \cdot T$$

In het model zullen de eigentrillingen een veel kleinere periode hebben.