OuNa 19 Kaarsenwip en andere trillingen

Ruud Brouwer

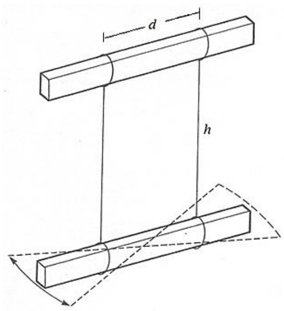
Veel van mijn praktische schoolonderzoeken gaan over het meten aan trillingen. De opstellingen zijn vaak simpel en makkelijk in veelvoud te maken. Om vragen op het niveau van 5 havo of 6 atheneum te stellen zijn geen ingewikkelde opstellingen nodig. Het testen van een verband zoals bij de kaarsenwip hiernaast lukt goed.

$f \sim 1/\ell$?

Snijd een stukje van de onderkant van een rechte kaars af zodat daar ook de lont zichtbaar wordt. Sla een spijker zo goed mogelijk bij het zwaartepunt in de kaars. Plaats dit geheel op twee longdrink glazen zodat de kaars een wip wordt en steek de beide uiteinden aan. Vanzelf ontstaat een (niet harmonische) trilling, want aan de lage kant verbrandt meer kaarsvet dan aan de hoge kant. Het kaarsvet valt op tafel en het is dus verstandig om er een vel papier onder te leggen.
Volgens R. Ehrlich zou de trilfrequentie f omgekeerd evenredig moeten zijn met de lengte ℓ van de kaars. Deze hypothese is te testen door een tweede kaarsenwip te bouwen met halve lengte. Of die met de dubbele frequentie trilt, is snel vast te stellen.

Bifilaire slinger

De bovenste stang is vast en onbeweeglijk. De onderste stang is symmetrisch aan twee dunne draden opgehangen.
Laat de onderste stang niet zwaaien maar draaien in het horizontale vlak.



Als je de leerlingen een open onderzoek wilt laten doen, dan zet je de opstelling neer en laat je de trilling aan de klas zien. Het doel is dan om op twee verschillende manieren de periode T te veranderen en ze die systematisch te laten onderzoeken.
Maak je het iets makkelijker dan verklap je dat $T \sim 1/d$ en dat $T \sim \sqrt{h}$ en vraag je om dit met trendlijnen in Excel en met rechtgebogen grafieken aan te tonen. Dit soort as-transformaties zijn vwo-stof. Voor havo volstaat de juiste trendlijn. Deze proef komt altijd keurig uit en is zeer geschikt voor een praktisch tentamen. Lorentz schreef in zijn boek *Beginselen der Natuurkunde* al over deze proef.

Trillende vogel

Het merkwaardige evenwicht waarbij een vogel op het puntje van zijn snavel rust is sowieso al leuk om te zien.

Geef je de staart een zetje omlaag dan gaat die trillen. Een videometing van het puntje van de staart is niet al te moeilijk om te maken. Is dit een harmonische (gedempte) trilling? Zo ja, dan zal de $u(t)$-grafiek een sinusvorm moeten hebben. Met de optie functiefit kun je snel bepalen of dit zo is.

Zwaaiende hoepel

Boor een gaatje in een plastic hoela hoop of in een houten hoepel die je bij gym hebt 'geleend'. Steek een spijker door dit gaatje en klem de spijker in een statief.

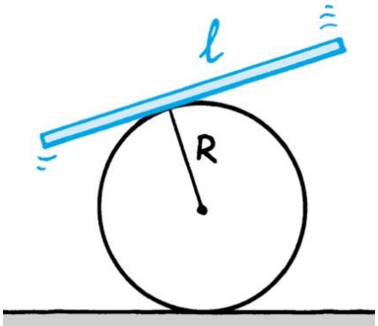
De spijker is de draaias. Na een zetje zwaait de hoepel heen en weer, maar maak de amplitude niet te groot.

Voor een zwaaiende hoepel met straal R geldt:
$T = 2\pi\sqrt{(2R / g)}$. Dit betekent dat een gewone slinger met een lengte $\ell = 2R$ dezelfde periode zal hebben als de hoepel. Dat is experimenteel simpel te verifiëren en klopt natuurlijk prachtig.

Nog leuker wordt het als je een hoepel neemt waarvan je een stuk van onderkant hebt afgezaagd. Die onvolledige hoepel heeft dezelfde T als de complete hoepel, want de massa m komt niet in de trilformule voor. De afleiding voor de periode van de onvolledige hoepel is te vinden in *The Physics Teacher*, Vol. 51, October 2013, p.418-419. Weinig leerlingen én collegae zullen – zonder de formule – een juiste voorspelling kunnen doen. Deze proef is, zoals dat zo mooi heet, contra intuïtief.

Balancerende liniaal

Leg een bekerglas met straal R op zijn kant en laat er een liniaal op balanceren. Geef de liniaal een klein zetje en meet T.



Bij scheikunde zijn veel verschillende bekerglazen te vinden van klein tot zeer groot. Haal daar een set en laat leerlingen een $T(R)$-grafiek maken.
Voor het nauwkeurig meten van de straal R leg je ook alvast wat touwtjes klaar. Leerlingen komen zelf wel op het idee om de omtrek van de bekerglazen te meten en daaruit R te berekenen.
Volgens de theorie is $T \sim 1/\sqrt{R}$ en om dit verband te testen moet op vwo de kromme $T(R)$-grafiek rechtgebogen worden. Met Excel gaat dat vlot.

Piekpijp

Vroeger hing bij mijn opa een 'piekpijp' aan de muur. Dat was een pijp waar je guldens in kon sparen. Omdat de diameter van de pijp net iets groter was dan de diameter van een munt, ontstond een mooi stapeltje.

Pas onlangs kwam ik op het idee om zo'n pijp te laten zwaaien; ofwel als fysische slinger met *variabele massa*.

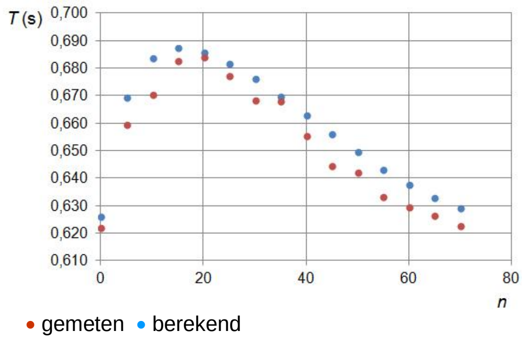
Voor op school zijn vijftien opstellingen met euro's een te dure proef, dus gebruik ik een koperen buis waarin ik eurodubbeltjes stapel.

De buis is 15 cm lang en daarin passen 70 muntjes van 10 cent, dus zeven euro per opstelling. Ik voeg per keer vijf muntjes toe.

James Ketler toonde in de november editie van de *American Journal of Physics* van 1995 aan dat je een duidelijk maximum voor de trillingstijd T krijgt als de verhouding van massa's $M_{vol} : M_{leeg} > 1$.

In mijn opstelling is die verhouding 4,2. Maak je die verhouding nog groter, dan schuift het maximum in de grafiek omhoog en verder naar links.
Op de x-as van de grafiek staat het aantal kogeltjes n en op de y-as de trillingstijd T.

Bij n = 15 à 20 is de T maximaal. Vanzelfsprekend hebben een lege en een geheel gevulde buis dezelfde T.
Heb je op school geen koperen buis en muntjes in voorraad? Een pvc buis waarin je stalen kogeltjes stapelt, werkt ook.
Hubert Biezeveld leidde een formule af voor de periode van de piekpijp als functie van het aantal muntjes en hij verwerkte de berekende waarden en de gemeten waarden in één grafiek.
De afwijking is maximaal 2% (pas op, de verticale as begint niet bij nul).



De formule

Voor een *fysische slinger* geldt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad \text{met:}$$

I het traagheidsmoment: $I = \Sigma mr^2$

D de torsieconstante: $Moment = D \cdot \alpha$

Voor de piekpijp leidt dat na enig integreren en manipuleren met letters tot:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g} \cdot \frac{teller}{noemer}} \quad \text{met:}$$

$teller = M + m \cdot (3n - 3 \cdot a \cdot n^2 + a^2 \cdot n^3)$

$noemer = M + m \cdot (2n - a \cdot n^2)$

Hierin hebben de letters de volgende betekenis:

L = lengte buis (vanaf as tot onderkant)	0,146 m
M = massa lege buis (idem)	85,2 g
m = massa van één muntje van 10 cent	4,09 g
n = aantal muntjes	
a = dikte van een muntje uitgedrukt in L	0,0126