

PROEFPRIKKELS 2

Periodieke uitgave van STEVIN natuurkunde

www.stevin.info

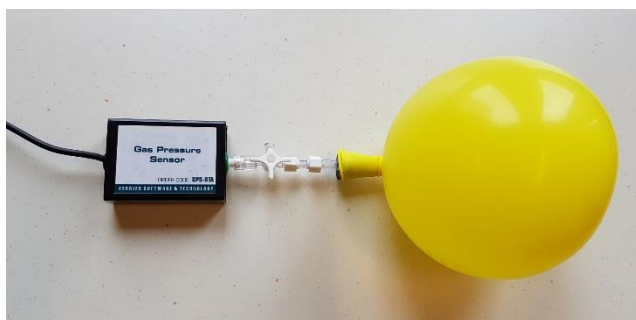
stevin@stevin.info

juni 2018

De wet van Laplace

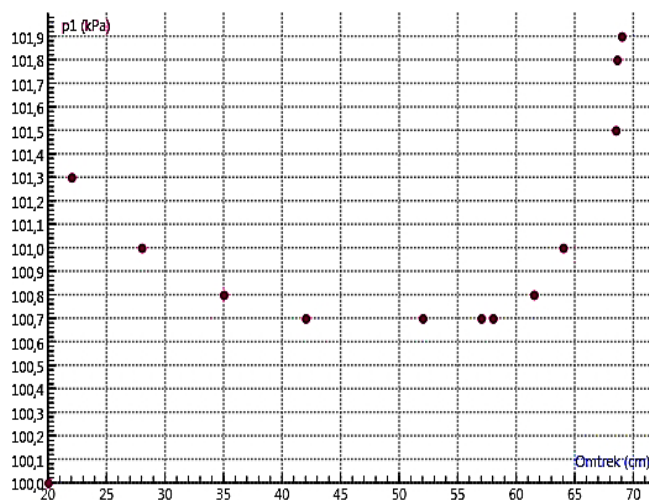
In [Proefprikkel 1](#) staat een proef met *Coach* over een bolvormige ballon waarvan de druk p als functie van de omtrek bepaald moest worden. We kregen van Norbert van Veen van CMA de vraag wat voor soort driewegkraantje we hadden gebruikt om de ballon aan te sluiten op de gasdruksensor. Het antwoord is dat je even bij een ziekenhuis langs moet gaan om er een paar op te halen. De kraantjes die ze daar gebruiken draai je moeiteloos vast op de gasdruksensor.

■ Ruud Brouwer



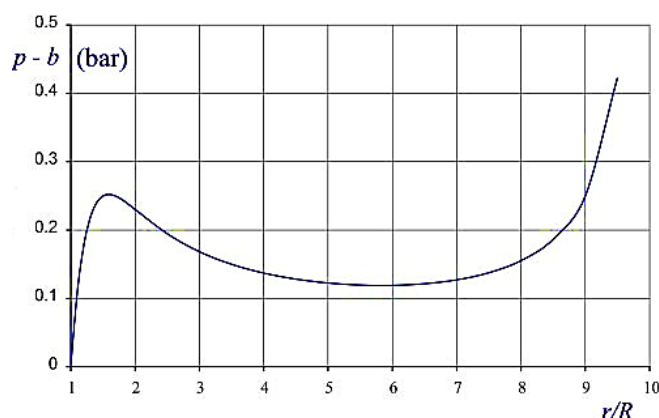
Proef

Hieronder en op de site [prijsvraag 25](#) staat een meting die is gedaan met de spullen op de foto.



In de grafiek rechts is de overdruk $p - b$ in de ballon (met b de barometerstand) uitgezet tegen r/R . De r is de straal van de opgeblazen ballon en R de straal als die nog niet onder spanning staat. Met de grafiek kun je het bekende verschijnsel verklaren waarom een

kleine ballon via een rietje leegloopt in een grote ballon. Maar – en daar ging prijsvraag 25 over – dat hoeft niet altijd zo te zijn. Als bijvoorbeeld $r_{\text{klein}}/R = 4$ en $r_{\text{groot}}/R = 9$ dan krimpt de grote ballon en zwelt de kleine op tot ze (na enig schommelen) even groot zijn. In de grafiek schuiven beide naar elkaar toe.



De theorie bij zeepbellen

Voor zeepbellen geldt – wegens de bolvorm en het binnen en buitenoppervlak van de bel – deze vereenvoudiging van de wet van Laplace:

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{r}$$

Hierin is Δp de overdruk in de zeepbel, r de straal en σ de oppervlaktetension van de zeepoplossing.

Uit de formule volgt dat hoe kleiner r , hoe groter Δp . De overdruk is dus groter in een kleine zeepbel dan in een grote zeepbel. In deze afleiding op Youtube van [de wet van Laplace](#) (klik op de link) voor zeepbellen wordt daar behalve kwantitatief ook kwalitatief uitleg over gegeven.

Opdracht voor een extra punt

Met twee zeepbellen en een rietje kun je dezelfde proef doen als met de twee ballonnen in de prijsvraag. Laat leerlingen daarmee thuis experimenteren en laat ze de proef mét uitleg als film inleveren voor een extra punt bovenop het proefwerkcijfer (6,5 → 7,5). Van Louis Mathot leerde ik als leerling al hoe motiverend dit werkt.

Voor leerlingen die meer theoretisch aangelegd zijn, kun je een beredeneervraag stellen, want de simpele vorm van de wet van Laplace is misleidend. Stel je een zwevende zeepbel in een vacuümklok voor waarin langzaam de lucht wordt weggezogen. Iedereen voelt dan op zijn klompen aan dat de bel zal uitzetten, maar ... uit de wet van Laplace volgt dat als Δp wordt groter wordt → r kleiner wordt. Hoe zit dit nu?

Mijn antwoord op dit raadsel werkt met een rekenvoorbeeld.
 Situatie 1: stel dat op een bepaald moment de druk buiten de bel de helft is van binnen de bel, dus $\Delta p = p_{\text{binnen}} - p_{\text{buiten}} = p_{\text{binnen}} - \frac{1}{2}p_{\text{binnen}} = \frac{1}{2}p_{\text{binnen}}$.

Invullen in Laplace geeft dan:

$$\frac{1}{2} \cdot p_{\text{binnen}} = \frac{4\sigma}{r} \quad (1)$$

Situatie 2: als de druk buiten afneemt tot nul dan is

$$\Delta p^* = p_{\text{binnen}}^* - p_{\text{buiten}}^* = p_{\text{binnen}}^*$$

Met Laplace wordt dat:

$$p_{\text{binnen}}^* = \frac{4\sigma}{r^*} \quad (2)$$

Deel nu (2) door (1):

$$\frac{p_{\text{binnen}}^*}{p_{\text{binnen}}} = \frac{\frac{4\sigma}{r^*}}{\frac{4\sigma}{r}} = \frac{r}{2r^*} \quad (3)$$

Omdat de temperatuur bij het langzaam leegzuigen van de vacuümklok constant blijft, mag je de wet van Boyle toepassen. Omdat $V \sim r^3$ kun je schrijven:

$$\frac{p_{\text{binnen}}^*}{p_{\text{binnen}}} = \frac{V}{V^*} = \frac{r^3}{r^{*3}} \quad (4)$$

Als je (3) gelijk stelt aan (4) krijg je:

$$\frac{r}{2r^*} = \frac{r^3}{r^{*3}} \rightarrow r^{*2} = 2r^2 \rightarrow r^* = \sqrt{2} \cdot r$$

Conclusie: de straal r^* neemt toe, zoals je intuïtief al verwachtte.

De elasticiteitsmodulus van trekdrops

Nodig: trekdrops, 2 krokodillenklemmen, 4 stukjes karton, 9 gewichtjes van 50 g, statief met kruisklem, haakje en een liniaal.

Doel: de elasticiteitsmodulus E bepalen van trekdrops.

Theorie:

Stevin *havo*

p. 69 t/m 71

Werkwijze en opstelling:

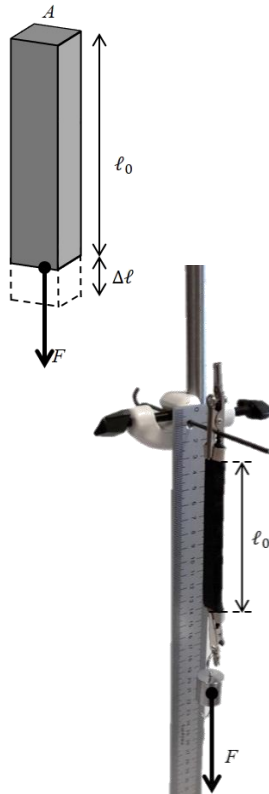
Vouw stukjes karton om de uiteinden van de trekdrops en laat de krokodillen erin bijten. Bouw de opstelling.

Opdrachten:

a Meet A en ℓ_0 .

Hang 50,0 g aan de trekdrops (we verwaarlozen de massa van de krokodil).

b Meet $\Delta\ell$ en bepaal de rek ε .



c Neem in *Excel* de onderstaande tabel over en vul hem in. Doe het rekenwerk ook in *Excel*, dus niet op je rekenmachine.

m (g)	0	50	...	400	450
F (N)					
$\Delta\ell$ (m)					
ε					
σ (Pa)					

d Teken in *Excel* met de juiste trendlijn de $F(\Delta\ell)$ -grafiek.

e Teken in *Excel* met de juiste trendlijn de $\sigma(\varepsilon)$ -grafiek.

f Bepaal E van de trekdrops uit de formule van de trendlijn van de $\sigma(\varepsilon)$ -grafiek.

Deze proef is op de site te vinden bij [Practicumhandleidingen](#) → voor vwo

Gaatjes en dichtjes

Deze demonstratie is echt een aanrader bij de **STEVIN** katernen [Licht & Zicht](#) (havo) of [Oog, oor en hart](#) (vwo). Zoek op school in welke opbergkast de diaprojector terecht is gekomen. Als je daar de lens vanaf kunt draaien, kun je de projector bij deze demonstratie gebruiken. Deze proef werd jaren geleden voor gedaan door R. L. van Renesse op een periScoop-dag.

■ Hubert Biezeveld

Het gaatje

Beeld in de klas met de diaprojector de letter **F** uit de optica doos scherp af op een scherm (a). Draai de lens uit de projector en het beeld op het scherm is een grote lichte vlek geworden.

Perforeer in een stuk karton een gaatje en houd dit dichtbij het scherm (b). Iedereen ziet nu een heldere lichtpunt op het scherm. Loop nu langzaam met het karton naar de opening van de projector toe (waar eerst de lens zat) en op het scherm wordt 'zomaar' een **F** zichtbaar. Pak een ander stuk karton waar een kleiner gaatje in zit en laat zien dat de **F** dan scherper wordt afgebeeld. Dit is de overbekende camera obscura.

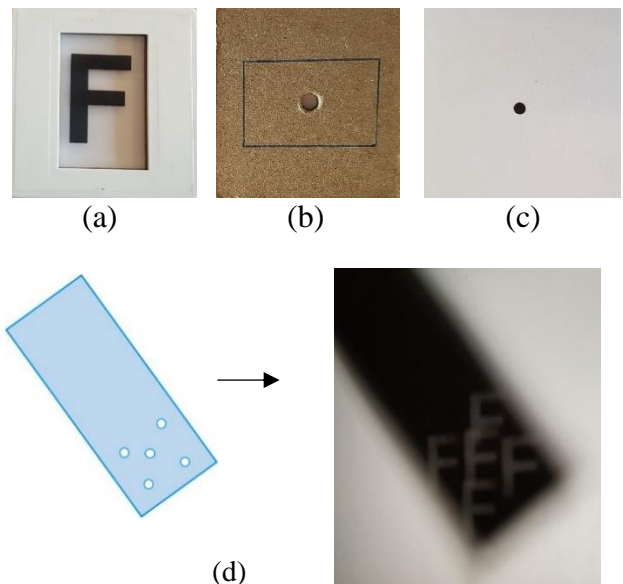
Ook leuk: als je in het karton veel gaatjes prikt, zie je veel **F**-en op het scherm (d).

Je kunt ook met je handen (dus zonder het karton) een gaatje maken en als je de vingers van twee handen kruist, zelfs veel gaatjes. Vanzelfsprekend zie je dan veel **F**-en.

Het dichtje

Veel minder bekend is het afbeelden met een *dichtje* in plaats van een gaatje. Hiervoor heb je een transparant nodig waar je een zwarte stip (het dichtje) op hebt gezet (c).

Loop met de transparant van het scherm naar de projector en ook nu zal een – wel meer overstraalde – **F** zichtbaar worden. Met meer stippen op de transparant, krijg je (natuurlijk) meer **F**-en te zien.



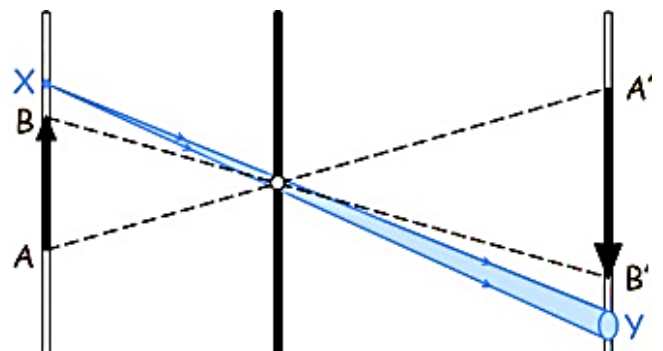
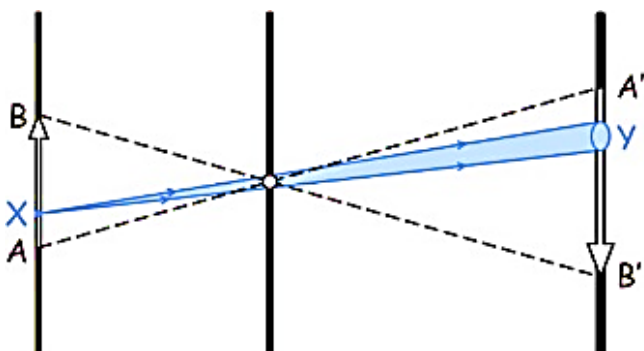
De uitleg

Hoe verklaar je het verkregen beeld bij het gaatje en het dichtje? Hieronder links beginnen we steeds met een zwarte dia waarin een doorzichtige pijl AB is uitgespaard.

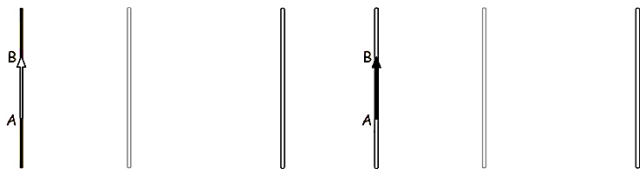
Rechts bestaat de dia uit een zwarte pijl AB op een stuk perspex.

We beelden deze pijlen af met gaatjes en met 'dichtjes'.

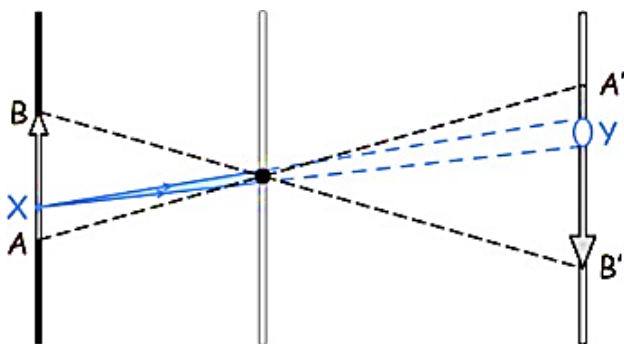
Bij de gewone camera obscura krijg je een beeld A'B' doordat er vanuit ieder willekeurig punt X een bundeltje licht naar een vlekje Y op het scherm gaat. Hoe kleiner het gaatje, hoe scherper, maar ook lichtzwakker het beeld is. Links liggen de punten X op het origineel AB; rechts liggen ze ergens naast AB.



Als we tussen het origineel AB en het scherm geen plaat met een gaatje aanbrengen maar een transparante plaat, dan zien we op het scherm natuurlijk geen beeld. Ieder punt van het scherm ontvangt immers licht van alle punten van AB.



Als we de transparante plaat voorzien van een zwarte stip – een dichtje – dan ontstaat er wel een beeld.

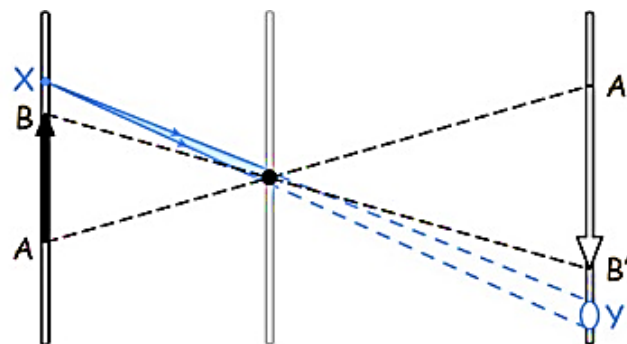


Links kan het licht uit X op AB niet bij het vlekje Y op A'B' komen. Het beeld A'B' is dus een beetje donkerder dan zijn omgeving.

Rechts komt het licht uit X naast AB niet naast A'B' aan. Die omgeving van A'B' is dus een beetje donkerder dan A'B' zelf. Anders gezegd: het beeld A'B' is een beetje lichter dan zijn omgeving.

Er is een duidelijk verschil met de beelden bij de gewone camera obscura met het gaatje. Daar hebben de beelden een flink contrast.

Bij de beelden met de dichtjes gaat het om kleine verschillen in helderheid die echter door ons oog nog goed kunnen worden waargenomen.



Conclusie:

- licht + gaatje → licht
- donker + gaatje → donker
- licht + dichtje → donker
- donker + gaatje → licht

De oplossing van prijsvraag 26 en de nieuwe prijsvraag 27 staan op www.stevin.info.