

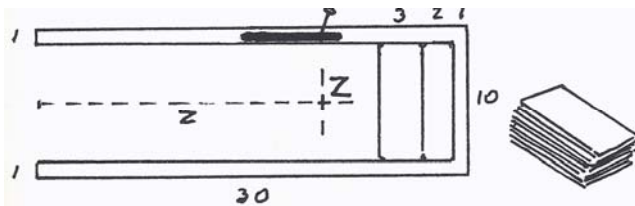
+3 Een U-vorm in evenwicht

NVOX, 29, nr. 2 februari 2004, p. 63

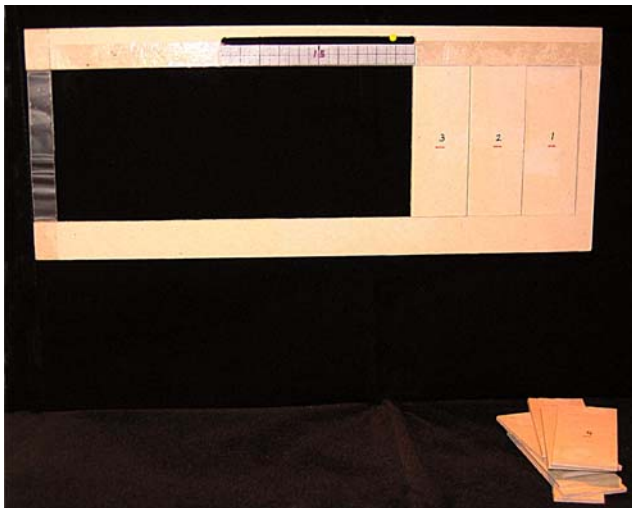
Staticaproeven als practicum zijn zelden leuk en dat komt doordat er weinig te variëren is of doordat wrijving in katrollen storend werkt. Dit practicum heeft daar geen last van.

Doel van de proef en voorbereiding

Bij deze proef bepalen we het zwaartepunt Z van U-vormige stukken karton. Bij de eerste meting is het gat zo groot mogelijk, bij de laatste is het gat volledig opgevuld. We hangen de U-vorm horizontaal aan een speld. Als dat gelukt is, weten we dat Z op het snijpunt van de twee stippellijnen ligt.



Snijd een karton in een U-vorm: 10 bij 30 cm (A4 is 29,7 cm, dus haal een karton van 50 bij 70 cm); plak een vel plastic op de achterkant en verdeel de uitgesneden reep in tien stukken: één van 8 bij 2 cm en negen van 8 bij 3 cm. Bovenin snijd je een smalle sleuf met maatverdeling ($z = 14$ tot 22 cm) zodat je het geheel horizontaal aan de speld kunt ophangen. Bevalt de proef, dan kun je de U-vorm altijd nog van triplex of perspex maken.

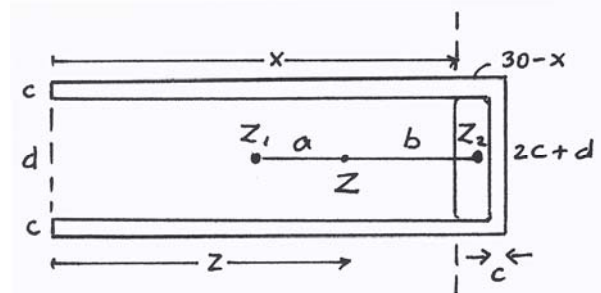


Opdracht

Bepaal Z van de U-vorm waarbij je de inham in stapjes steeds korter maakt door rechts op te vullen. Werk nauwkeurig, gebruik de waterpas om de bovenkant precies horizontaal te krijgen, zet de elf metingen in een tabel en maak daarna een grafiek: z als functie van x .

Theorie

Snijd de benen met de lengte x in gedachten van de vorm af. Noem het zwaartepunt van die twee benen samen Z_1 en het zwaartepunt van de rest Z_2 .



Z_1 ligt op $\frac{1}{2}x$ vanaf de linkerkant en Z_2 ligt op $15 - \frac{1}{2}x$ vanaf de rechterkant. Daaruit volgt dat de afstand $a + b$ steeds de waarde 15 cm heeft.

Gevraagd: $z = \frac{1}{2}x + a$

De momentenstelling levert als resultaat:

$$2cx \cdot a = (30 - x) \cdot (2c + d) \cdot b$$

met de keuze $c = 1$ cm; $d = 8$ cm en $b = 15$ cm leidt dat tot:

$$z = \frac{x^2 - 1125}{2x - 75}$$

Nou hoeft een (havo)leerling dat laatste niet te verzinnen. Geef de formule in deze vorm:

$$z = \frac{x^2 + p}{2x + q}$$

met p en q als onbekenden en vraag ze te bedenken wat z is als $x = 0$ cm en wat als $x = 30$ cm; verklap dat $z = 20$ cm als $x = 15$ cm.

Het aardige van de proef is dat de grafiek geen rechte of parabool oplevert en door leerlingen goed wordt getekend. Bovendien zijn de resultaten op de rekenmachine te controleren, als ze tenminste ontdekt hebben dat $p = -1125$ en $q = -75$.

