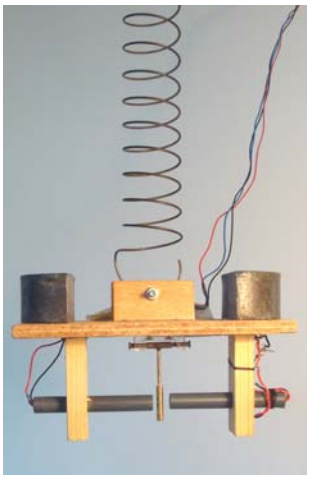
# Zwaaien en dansen

**In Smaakmaker 13 (*NVOX*, 31, nr. 4 van april 2006) is de proef aan de orde geweest waarbij een staafje heen-en-weer zwaait terwijl het ophangpunt op-en-neer danst aan een trillende veer. Het is me nu gelukt om in Coach een model te maken voor de *u*(*t*)-grafiek.**

▪ **Hubert Biezeveld**, hubert.biezeveld@planet.nl

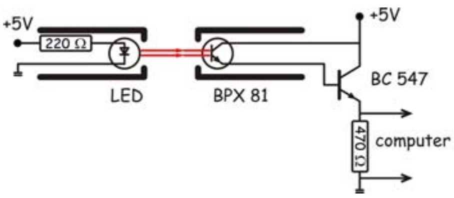
## De meting

Tijdens het zwaaien en dansen passeert het staafje steeds een lichtstraal vanuit een LED naar een lichtsensor. De LED zit in het linker buisje pvc verstopt; de lichtsensor in het rechter buisje:



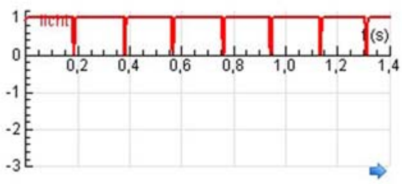
1. De opstelling.

De lichtsensor bestaat uit een BPX81 met een NPN-transistor BC547:




2. Het lichtpoortje.

De spanning over de weerstand wordt toegevoerd aan Coach. Dat levert deze grafiek als de veer in rust is:




3. Zwaaien zonder dansen.

## De trillingstijd bij zwaaien

Als de veer niet danst, geldt voor de trillingstijd van een zwaaiend staafje:

$$T_r = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$$

Mijn staafje is 48 mm lang, wat leidt tot $T = 0{,}359$ s.

Uit de grafiek volgt $3T = 1{,}125$ s, dus $T = 0{,}375$ s; een verschil van 4%.

## Zwaaien in een lift

Als het staafje zwaait in een lift met een versnelling *a*, dan verandert de formule in:

$$T_{z,d} = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3(g+a)}}$$

De *g* en de *a* spelen een gelijkwaardige rol, want volgens het equivalentieprincipe kun je in een afgesloten ruimte niet uitmaken of je op een andere planeet bent of in een versnelde lift.

$a > 0$ hoort bij een versnelling omhoog
$a < 0$ hoort bij een versnelling omlaag

## Zwaaien en dansen

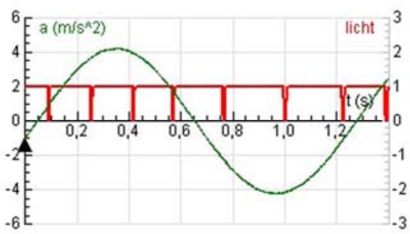
Mijn dansende ophangbeugel functioneert als een lift die een steeds variërende versnelling heeft.

De veer is bevestigd aan een krachtsensor. Via $F = ma$ is de gemeten kracht om te rekenen naar een versnelling. Hierbij is:

$m = m_{hout} + m_{lood} + 1/3 m_{veer}$.

Bij mijn proef is $m = 1{,}13$ kg.

Het resultaat van de meting bij zwaaien en dansen staat in de volgende figuur:




4. Zwaaien en dansen.

De formule voor $T_{z,d}$ voorspelt dat de periode korter wordt bij een positieve waarde van *a* en langer bij een negatieve waarde.

Kwalitatief klopt dat. Als de groene lijn boven de *t*-as ligt, zitten de rode pulsen dichter op elkaar en als hij eronder ligt, zitten ze verder van elkaar.

## De *u*(*t*)-grafiek

Is er ook kwantitatief wat over te zeggen?
Als de veer niet danst, geldt voor *u*(*t*):

$$u(t) = A\sin[\alpha(t)] \quad \text{met} \quad \alpha(t) = \frac{2\pi t}{T_r}$$

Deze formule is nu niet bruikbaar omdat *T* voortdurend verandert. Wel kunnen we de toename van de fasehoek in de tijd d*t* berekenen:

$$d\alpha(t) = \frac{2\pi dt}{T_{z,d}}$$

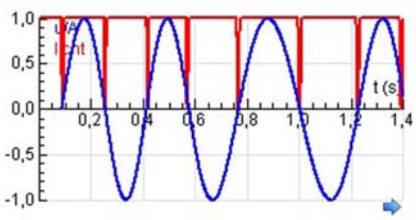
Voor $T_{z,d}$ kunnen we schrijven:

$$T_{z,d} = T_r\sqrt{\frac{9{,}8}{9{,}8+a}}$$

en voor *a*(*t*) met de gegevens van de groene *a*(*t*)-grafiek:

$$a(t) = 4{,}2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi(t-0{,}047)}{1{,}225}\right)$$

Als we al deze gegevens in een model van Coach stoppen, krijgen we deze *u*(*t*)-grafiek (verticaal is *u*/*A* uitgezet):




5. Een model voor de *u*(*t*)-grafiek.

Bovendien zijn de rode pulsen van de laatste meting als achtergrondgrafiek opgenomen. Die blijken keurig te passen bij de nulpunten van de *u*(*t*)-grafiek.

Wie het complete model met de startwaarden en de gebruikte meting wil hebben, moet mij maar een e-mail sturen.